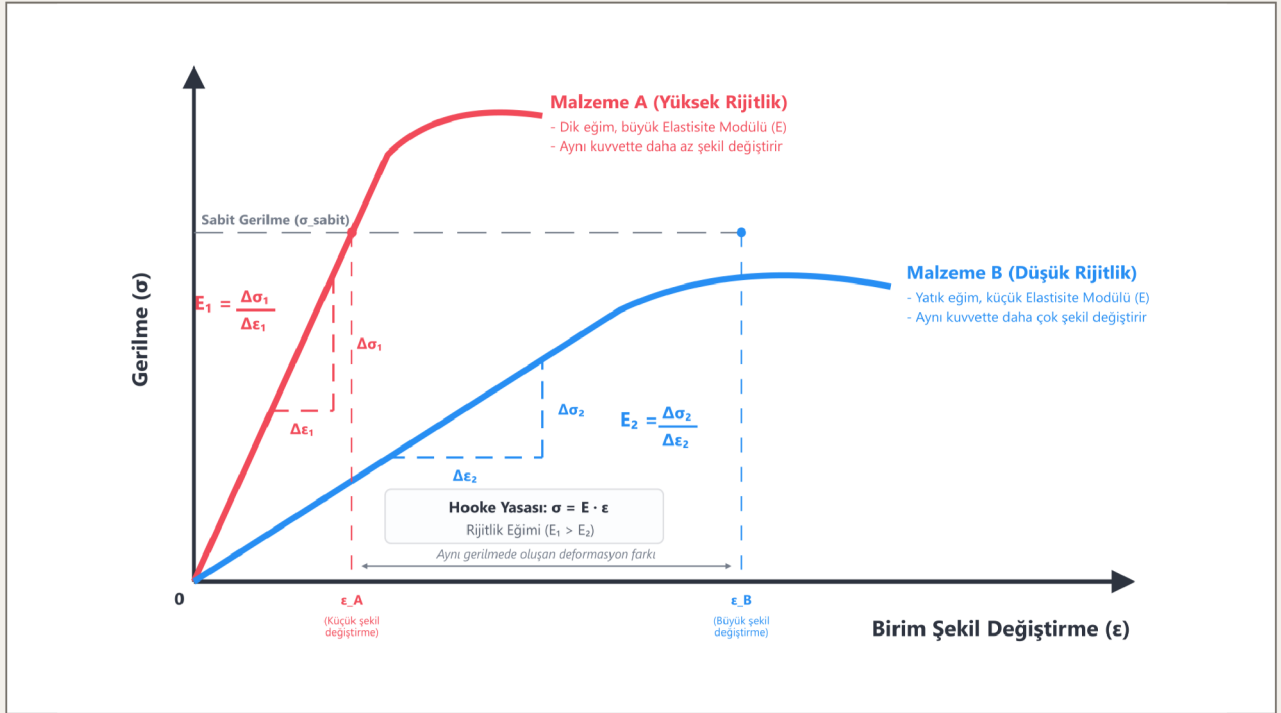




YAPISAL TASARIM

Rijitlik Nedir? Formülü ve Türleri

Rijitlik, bir elemanın kuvvet karşısında gösterdiği şekil değiştirme direncidir. Eksenel rijitlik ($E \cdot A$), eğilme rijitliği ($E \cdot I$), yanal rijitlik, dayanım ve süneklikten farkı ile TBDY 2018'deki $R_a(T)$ katsayısının gerçek nedeni formülleriyle birlikte açıklanıyor.



Mühendislik öğrencileri veya doğrudan sahada çalışan mühendisler tarafından en çok karıştırılan ve tam olarak anlaşılamayan terimlerin başında **rijitlik** geliyor. Bu yazıda rijitliğin ne olduğundan; malzeme, kesit ve eleman düzeyinde nasıl formüle edildiğinden; dayanım ve süneklikten nasıl ayrıldığından; ve bir yapının dinamik tepkisini nasıl yönettiğinden adım adım bahsediyoruz.

Rijitlik Nedir?

Rijitlik; bir malzemenin, cismin, yapı elemanının veya taşıyıcı sistemin dış etkilere bağlı olarak şekil değiştirme (deformasyon) ve yer değiştirme gibi eylemlere karşı gösterdiği dirençtir.

Örnek olarak çelik bir çubuğun gerilme-birim şekil değiştirme grafiğini düşünelim. Bu malzemenin rijitliğini, Hooke Yasası'nın temelini oluşturan **Elastisite Modülü** ile tanımlayabiliriz. Bu modülün formülü şu şekilde ifade edilir:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

(Burada σ normal gerilme, ε ise birim şekil değiştirmedir.)

Malzeme bazında E-modülünü “rijitlik” olarak düşünürsek, rijitliğin temel oranını şu şekilde genelleyebiliriz:

$$\text{Rijitlik} = \frac{\text{Kuvvet}}{\text{Şekil Değiştirme}}$$

Eksenel Rijitlik (E·A) Nedir?

Bulduğumuz bu rijitliği sadece soyut bir malzeme için değil, gerçek bir kesit için düşünürsek; bu kesitin farklı yük türlerine karşı farklı rijitlikleri olması gerekir. Gerilme formülünü ($\sigma = F/A$), kesitin alanı A ile ilişkilendirirsek:

$$\text{Kesitin Normal Kuvvet Rijitliği} = \frac{\text{Normal Kuvvet}}{\text{Kesit Alanının Şekil Değiştirmesi}}$$

Yukarıda malzemenin temel rijitliğine Elastisite Modülü E demiştik. Bu bağlamda, bir kesitin eksenel yüklere (basınç/çekme) karşı gösterdiği net direnç (Eksenel Rijitlik), malzemenin modülü ile kesit alanının çarpımına eşittir:

$$\text{Eksenel Rijitlik} = E \cdot A$$

Eğilme Rijitliği (E·I) Nedir?

Bir kesitin momente (eğilmeye) karşı gösterdiği dirence Eğilme Rijitliği diyoruz. Bir kesite etkiyen moment M sonucu kesitte meydana gelen normal gerilme (σ) klasik mekanikte şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$$

(Burada y , gerilmeyi hesapladığımız noktanın tarafsız eksene olan mesafesi; I ise atalet momentidir.)

Bu gerilme formülünü, önceden bulduğumuz Elastisite Modülü ($E = \sigma/\varepsilon$) formülüyle birleştirecek, kesitin momente karşı rijitliğinin formülünü de elde etmiş oluruz:

$$E = \frac{\frac{M \cdot y}{I}}{\varepsilon}$$

Bu denklemi moment için düzenlediğimizde:

$$M = \frac{E \cdot I \cdot \varepsilon}{y}$$

Buradaki ε/y oranı, aslında yapı statikindeki **Eğrilik** (ϕ) teriminin tanımıdır. Eğrilik, moment etkisiyle kesitte oluşan açısal şekil değişimidir. Formülü son haline getirirsek:

$$M = E \cdot I \cdot \phi$$

Yazının başında yaptığımız genel tanımı (Kuvvet = Rijitlik · Şekil Değiştirme) bu denklemle eşleştirecek:

- Kuvvet = Moment (M)
- Şekil Değiştirme = Eğrilik (ϕ)

- **Rijitlik = Eğilme Rijitliği ($E \cdot I$)**

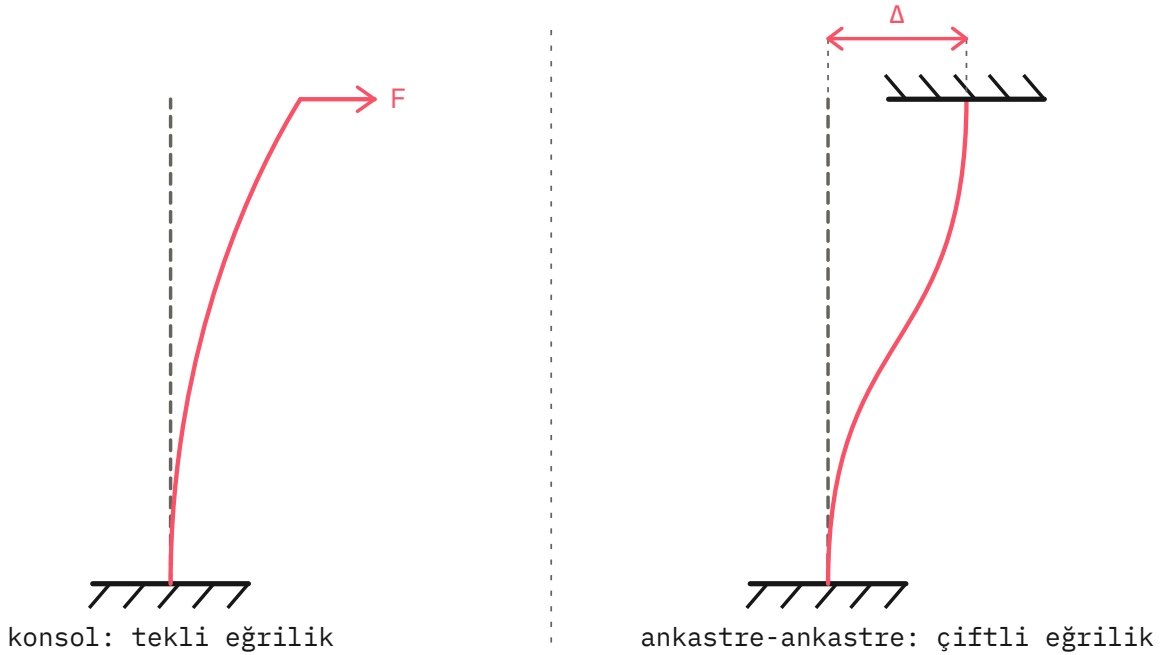
Yani bir kesitin eğilme rijitliği doğrudan malzemenin esnekliğine (E) ve kesitin geometrisine (I) bağlıdır:

$$\text{Kesitin Eğilme Rijitliği} = E \cdot I$$

Yukarıda gösterdiğim gibi, basit mekanik formüllerini birleştirerek elemanların farklı kuvvetlere karşı kesit rijitliklerini kendiniz de rahatlıkla türetebilirsiniz.

Kolonun Yanal Rijitliği Nedir?

Malzeme ve kesit rijitliği gibi, tüm bir elemanın veya taşıyıcı sistemin rijitliği de hesaplanabilir. Eleman rijitliği örneği olarak tek başına duran bir kolon düşünün. Bu kolonun, deprem yükü gibi yatay bir kuvvete karşı gösterdiği yanal rijitlik (k), iki ucunun nasıl mesnetlendiğine bağlıdır.



Görsel 1 - Yanal yüklü bir kolonun sehim şekli: yalnızca tabanda ankastre olduğunda (konsol) tekli eğrilik, iki ucu da ankastre olduğunda çiftli eğrilik oluşur. Aynı E, I ve h için çiftli eğrilik durumu daha rijittir.

Ankastre-Serbest (Konsol) Kolon

Kolon tabanından ankastre, üst ucundan ise ötelenme ve dönmeye serbestse, örneğin bir baca ya da hafif bir çatıyı iten bir kolon:

$$k_{yanal} = \frac{3 \cdot E \cdot I}{h^3}$$

(Burada h kolonun yüksekliğidir.)

Ankastre-Ankastre Kolon

Kolonun üst ucu da, örneğin rijit bir çerçevede yeterince rijit bir kiriş veya döşeme tarafından dönmeye karşı tutulursa, kolon çiftli eğrilik yaparak aynı yükseklik ve kesit için çok daha rijit davranır:

$$k_{yanal} = \frac{12 \cdot E \cdot I}{h^3}$$

Aynı E , I ve h için ankastre-ankastre bir kolon, ankastre-serbest (konsol) bir kolondan dört kat daha rijittir; çünkü her iki uçta dönmeyi kısıtlamak, yalnızca bir uçta kısıtlamaktan yanal ötelenmeye karşı çok daha etkili biçimde direnç gösterir.

Her iki sonuçtan da açıkça görüldüğü üzere, eleman rijitliği hesaplanırken geometrik boyutlar doğrudan devreye girer. Yüksekliği fazla olan (uzun) bir kolonun yanal rijitliği, paydadaki h^3 terimine bağlı olarak çok düşüken, aynı kesite sahip kısa bir kolonun rijitliği çok daha yüksektir. (Bkz: Kısa Kolon Etkisi)

Yük-Deplasman Eğrisinden Rijitlik Nasıl Hesaplanır?

Yukarıdaki rijitlik formüllerinin tamamı ($E \cdot A$, $E \cdot I$, $3EI/h^3$, $12EI/h^3$) malzeme ve kesit özelliklerinin zaten bilindiğini varsayar. Pratikte, temiz bir kapalı formülün bulunmadığı gerçek bir eleman, bağlantı veya tam bir yapı için rijitlik doğrudan ölçülür: bilinen bir F kuvveti uygulanır, oluşan Δ deplasmanı kaydedilir ve rijitlik, bu yük-deplasman eğrisinin doğrusal kısmının eğiminden okunur:

$$k = \frac{F}{\Delta}$$

Bu, Elastisite Modülü'nün gerilme-şekil değiştirme eğrisinin eğimi olmasıyla aynı fikirdir; sadece bir seviye yukarıda, malzeme düzeyi yerine eleman veya sistem düzeyinde uygulanır. Altta yatan kesit ve malzeme özellikleri tam olarak bilinmediğinde, ya da inşa edilmiş bir yapının gerçekten tasarımın

öngördüğü gibi davrandığını doğrulamak amaçlandığında, laboratuvar testlerinde ve yapı izlemede kullanılan yöntem budur.

Rijitlik ile Dayanım Arasındaki Fark Nedir?

Rijitlik ve dayanım iki farklı şeyi tarif eder; bir eleman bu iki özelliğe birbirinden bağımsız olarak yüksek veya düşük olabilir.

Dayanım, bir malzemenin veya elemanın akma ya da kırılmadan önce taşıyabileceği en büyük gerilme veya yüküdür. **Rijitlik** ise bu sınıra hiç yaklaşılmadan, verilen bir yük altında elemanın şekil değiştirmeye ne kadar direnç gösterdiğidir.

Bir malzeme rijit ama zayıf olabilir: camın elastisite modülü yüksektir, bu yüzden yük altında neredeyse hiç şekil değiştirmez, ama nispeten düşük bir gerilmede göçer. Bir malzeme aynı zamanda dayanıklı ama esnek de olabilir: birçok polimer ve kompozit, o yüke ulaşmadan önce belirgin biçimde uzayarak yine de önemli bir yük taşıyabilir. Bu iki özellikten biri diğerini gerektirmez; bir elemanın rijitliğini artıran bir tasarım değişikliği onu otomatik olarak daha dayanıklı yapmaz, tersi de geçerlidir.

Rijitlik ile Süneklik Arasındaki Fark Nedir?

Rijitliğin zıddı esnekliktir, süneklik değildir. **Süneklik ile rijitlik arasında doğrudan, ters yönlü bir ilişki yoktur.** Mühendisler genellikle bu ikisini birbirinin tam zıttı olarak ele alır, ama gerçek durum bu değildir: **rijitliği artırmak için sünekliği azaltmanız gerekmez.**

Bu karışıklığın pratikte sürüp gitmesinin başlıca nedeni, TBDY 2018 gibi bazı deprem yönetmeliklerinin, periyoda bağlı $R_d(T)$ katsayısıyla, çok rijit ve kısa periyotlu yapılarda sünekliğe dayalı kuvvet azaltma katsayısını daha düşük bir değerle sınırlamasıdır. Bu sınırlamayı “rijit yapılar daha esnek yapılar kadar sünek inşa edilemez” diye okumak cazip gelebilir, ama sebep bu değildir. Gerçek neden, kuvvet azaltma katsayısı, süneklik ve periyot arasındaki klasik Newmark-Hall ilişkilerinden gelir. Uzun periyotlu, deplasmana duyarlı bölgede **eşit deplasman kuralı** geçerlidir: inelastik bir sistem, eşdeğer elastik bir sistemle yaklaşık aynı tepe deplasmanına ulaşır, bu yüzden kuvvet azaltma katsayısı süneklik talebine yaklaşık eşittir ($R \approx \mu$). Rijit yapıların bulunduğu kısa periyotlu, ivmeye duyarlı bölgede ise bunun yerine **eşit enerji kuralı** geçerlidir: $R = \sqrt{2\mu - 1}$; bu değer $\mu > 1$ olduğunda her zaman μ ’den küçüktür. Bu bölgede aynı kuvvet azaltmasını sağlamak, eşit deplasman bölgesinin gerektirdiğinden orantısız derecede daha fazla süneklik gerektirir. Rijit

yapılar, yüksek süneklik kapasitesine sahip olamadıkları için sınırlanmıyor; eşit enerji kuralının onlara aynı azaltmayı elde etmek için çok daha yüksek bir süneklik talebi yüklemesi nedeniyle sınırlanıyor ve yönetmelikler bu talebi yapının gerçekçi biçimde sağlayabileceği düzeyde tutmak için azaltma katsayısını sınırlıyor.

Bunun altında yatan mekanik neden, iki özelliğin aynı kuvvet-şekil değiştirme eğrisinin farklı bölgelerini tarif etmesidir. Rijitlik, akmadan önceki elastik bölgenin eğimiyle belirlenir. Süneklik ise elemanın akmadan sonra, dayanım kaybetmeden ne kadar plastik şekil değiştirmeye devam edebildiğiyle belirlenir. Elastik eğimde, sonrasındaki plastik bölgenin ne kadar uzun olması gerektiğini mekanik olarak dikte eden hiçbir şey yoktur; ikisi farklı parametreler tarafından yönetilir.

Bir betonarme kiriş ele alalım. Rijitliğini artırmak için kesiti büyütmeniz yeterlidir: daha büyük bir kesit, daha büyük bir atalet momenti, dolayısıyla daha büyük bir $E \cdot I$ demektir. Ama kesitin sünekliğini belirleyen şey mutlak boyutu değil, **mekanik donatı oranıdır**:

$$\omega = \frac{\rho \cdot f_y}{f_c}$$

Kesiti büyütüp donatıyı da ω aynı kalacak şekilde ölçeklerseniz, kesitin süneklik kapasitesi, rijitliği artmış olsa bile orijinal, daha küçük kesitle esasen aynı kalır. Ve bu daha büyük kesitte etriyelerin mekanik donatı oranını, yani sargılamayı, orijinal kesittekinden daha da yükseltirseniz, kesitin sünekliğini orijinalin üzerine de çıkarabilirsiniz. Rijitlik kesit büyüdüğü için arttı, süneklik ise sargılama arttığı için arttı; hiçbir değişiklik diğerinin pahasına olmadı.

Yani rijit bir yapının gevrek davranış sergilemesi veya ani göçme yaşaması zorunlu değildir. Doğru detaylandırmayla bir yapı aynı anda hem çok rijit hem de çok sünek olabilir.

Rijitlik Binanın Doğal Frekansını Nasıl Etkiler?

Rijitlik yalnızca bir yapının statik yük altında ne kadar şekil değiştireceğini değil, ne hızda titreştiğini de belirler. Basit bir kütle-yay sisteminde doğal açısal frekans şu şekildedir:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Bir yapının rijitliğini artırmak, örneğin perde duvar veya çaprazlama eklemek, aynı kütle için doğal frekansını yükseltir ve doğal periyodunu ($T = 2\pi/\omega$) kısaltır. Rijitliği azaltmanın etkisi ise tam tersidir: yapı daha kolay şekil değiştirir ve doğal periyodu uzar.

Bu ilişki, rijitliğin bir binanın dinamik tepkisini kontrol etmede neden birincil tasarım aracı olduğunu açıklar: bir yapının doğal periyodunu, muhtemelen maruz kalacağı yer hareketinin baskın periyodundan uzaklaştırmak, yapının kendi titreşimi ile yer hareketinin birbirini güçlendirdiği durum olan **rezonans** riskini azaltır.

Sonuç

Rijitlik; bir malzemenin, kesitin veya elemanın şekil değiştirmeye karşı gösterdiği dirençtir, taşıyabileceği en büyük yük (dayanım) değildir ve akmadan sonra dayanım kaybetmeden ne kadar şekil değiştirebildiği (süneklik) de değildir. $E \cdot A$ veya $E \cdot I$ gibi malzeme ve kesit özelliklerinden türetilir, ya da doğrudan bir yük-deplasman eğrisinin eğimi olarak ölçülebilir. Yapı düzeyinde rijitlik, aynı zamanda binanın doğal periyodunu da belirler; bu da onu, bir yapının dinamik tepkisini deprem yer hareketiyle rezonansa girmekten uzak tutmak için tasarımcıların kullandığı temel araçlardan biri yapar.

Rijitlik ile süneklik birbirinin zıddı değildir; doğru detaylandırmayla bir yapı aynı anda hem rijit hem de sünek olabilir. Bu iki özellik arasındaki ödünleşim, zorunlu bir fiziksel sınır değil, yanlış tasarım kararlarının sonucudur.

Kaynaklar

1. Hibbeler, R. C. (2014). Mechanics of Materials. Pearson.
2. Chopra, A. K. (2011). Dynamics of Structures. Prentice Hall.
3. MIT Lecture Notes: Mechanics & Materials I - Pure Bending.
4. Newmark, N. M., & Hall, W. J. (1982). Earthquake Spectra and Design. EERI.
5. TBDY-2018 (Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği). Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı (AFAD).

Bizi Takip Edin

**LinkedIn**

Yapı Tasarım Akademisi

**YouTube**

Yapı Tasarım Akademisi

**Apple Podcasts**

Yapısal Podcast

**Instagram**

@yapitasarimakademisi

**Spotify**

Yapısal Podcast

**X (Twitter)**

@AkademisiYap

Bu belge eğitim amaçlı hazırlanmıştır. Proje ve uygulama kararlarında güncel yönetmelik ve ilgili standartlara başvurunuz. Hata bildirimi için: iletisim@yapitasarimakademisi.com