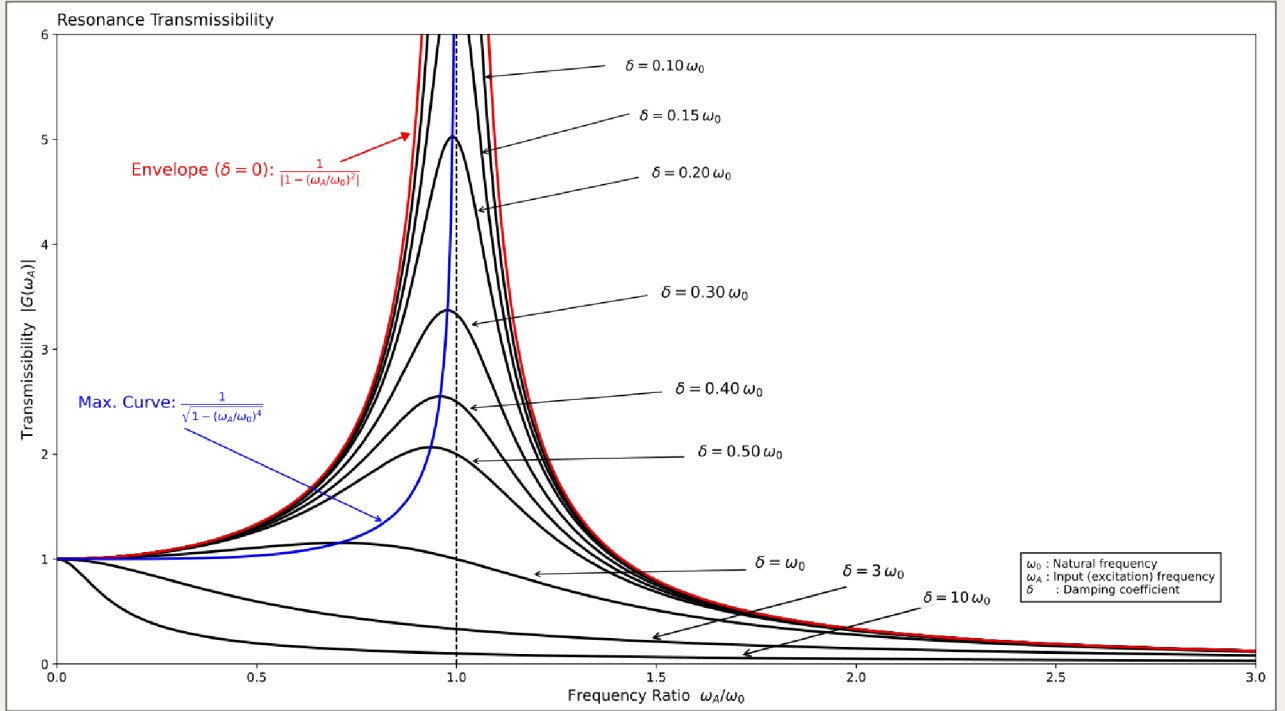




Rezonans Nedir? Denklemi ve Faz Farkı

Yapı dinamiğinde rezonans: hareket denklemi, binanın doğal frekansı, dinamik büyütme katsayısı ve faz farkı.



Rezonans; bir yapının kendi doğal titreşim frekansının, deprem dalgalarının frekansı ile çakışması sonucu titreşim genliğinin katlanarak artması olayıdır. Bu yazıda rezonans nedir, bir yapının hareket denklemi ve doğal frekansı nasıl tanımlanır, sisteme hangi kuvvetler etkir ve rezonans neden oluşur, sırasıyla teknik olarak ele alınmaktadır.

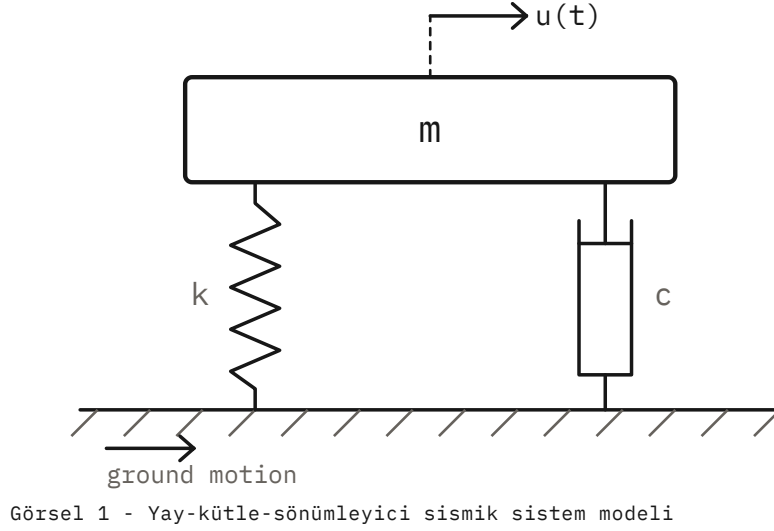
Rezonans Nedir? Temel Tanım

Tanım olarak rezonans; bir sistemin doğal titreşim periyodunun (veya frekansının), ona dışarıdan etkiyen kuvvetin periyodu ile birbirine çok yakın veya denk olması durumunda, sistemdeki titreşim genliğinin giderek artması olayıdır.

Genlik, tekrarlanan kuvvetlerin veya hareketin ulaştığı maksimum düzeyi ifade eder. Rezonansın ortaya çıkması için etkiyen kuvvetin (örneğin deprem dalgalarının) tekrarlı (dinamik) olması gerekir. Rezonans durumunda, deprem sırasında bir yapıda normalde çok küçük kalacak olan ivme değerleri (örneğin 0.1g), katlanarak artar ve yapının yıkılmasına neden olabilecek seviyelere ulaşır. Sistemin sönümleme oranı ne kadar yüksekse, rezonans kaynaklı bu genlik artışı o kadar sınırlandırılır.

Rezonans yalnızca binalara özgü bir olgu değildir. Bir çocuğun salıncağını doğru ritimde iterek genliğini artırması ya da bir opera sanatçısının sesiyle cam kırması; hepsi aynı fiziksel olgunun farklı yüzleridir. Depremlerde ise bu olgunun sonuçları ölümcül olabilmektedir.

Dinamik Sistemler ve Hareket Denklemi



Rezonansın neden oluştuğunu anlamak için öncelikle bir yapının dinamik olarak nasıl modellendiğine bakmalıyız. Dinamik sistemler temel olarak üç fiziksel parametreden oluşur:

- **Kütle (m):** Yapının ağırlığından kaynaklanan ataletidir.
- **Rijitlik/Yay Katsayısı (k):** Yapının yer değiştirmeye (esnemeye) karşı gösterdiği dirençtir.
- **Sönümlleme Katsayısı (c):** Yapının titreşim enerjisini sönümleme (sürtünme vb. yollarla) kapasitesidir.

Bu üç bileşen, yapı dinamiğinin en temel kuralı olan **Hareket Denklemi**'ni oluşturur:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + k \cdot u = P(t)$$

Bu denklemde; **u** deplasmanı (yer değiştirmeyi), **$\dot{u}$** hızı, **$\ddot{u}$** ise ivmeyi ifade eder. Eşitliğin sol tarafı yapının kendi iç kuvvetlerini, sağ tarafındaki **P(t)** ise dışarıdan (zamanın bir fonksiyonu olarak) etkiyen deprem kuvvetini gösterir. Buradaki ivme ($\ddot{u}$), yer hareketinin kendi ivmesi değil, depremden dolayı yapıda meydana gelen **görelî** ivmedir.

Binanın Doğal Frekansı Nedir?

Her yapının, dışarıdan hiçbir kuvvet etkimeden, bir kez harekete geçirildiğinde kendi başına titreştiği bir doğal frekansı vardır. Bu değer, yukarıda tanıttığımız iki özellikten doğrudan türer:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Daha rijit bir yapı (yüksek k) daha hızlı titreşir; daha ağır bir yapı (yüksek m) daha yavaş titreşir. Bu tek değer, yapıyı zorlayan kuvvetin frekansına ne kadar yakın olduğuna bağlı olarak, yapının belirli bir depremle rezonansa girip girmeyeceğini belirler; yazının geri kalanı da tam olarak bu soruyu ele alıyor.

Sisteme Etkiyen Kuvvetler Nelerdir?

Hareket denklemindeki her bir terim, yapıda oluşan farklı bir direnç kuvvetini temsil eder:

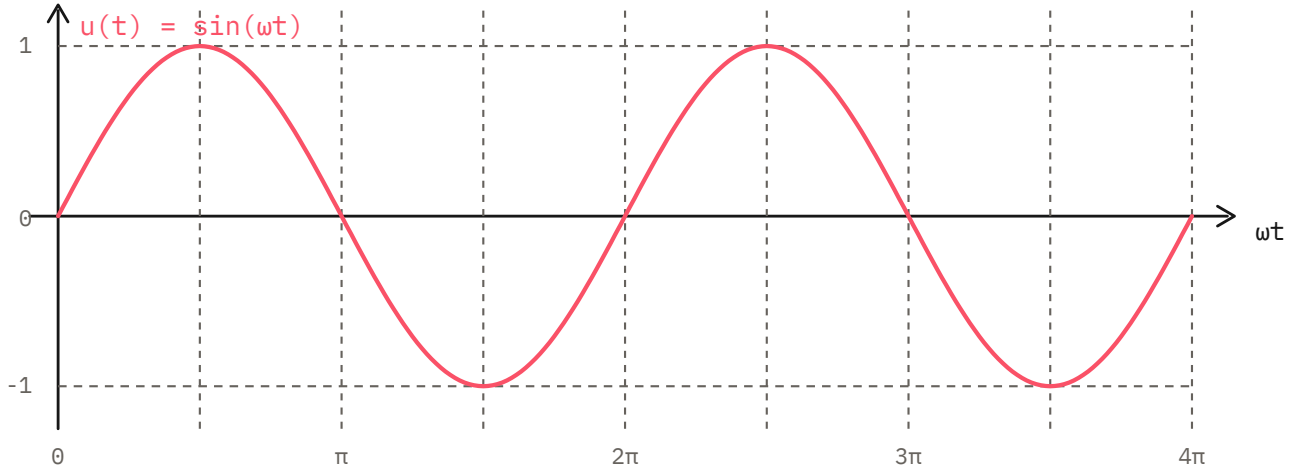
- **Atalet (Eylemsizlik) Kuvveti ($m\ddot{u}$):** Bir yapının hareket etmeye veya duruyorsa harekete geçmeye karşı koyduğu dirençtir. Giden bir arabanın aniden fren yapması sonucu öne savrulmamız bu yüzdendir.
- **Sönümlleme Kuvveti ($c\dot{u}$):** Sistemde oluşan hıza karşı direnç gösteren, enerjiyi sönümleyen kuvvettir.
- **Yay (Rijitlik) Kuvveti ($k \cdot u$):** Sistemin deplasmana (şekil değiştirmeye) karşı gösterdiği dirençtir.

Faz Farkı: İvme, Hız ve Deplasman İlişkisi

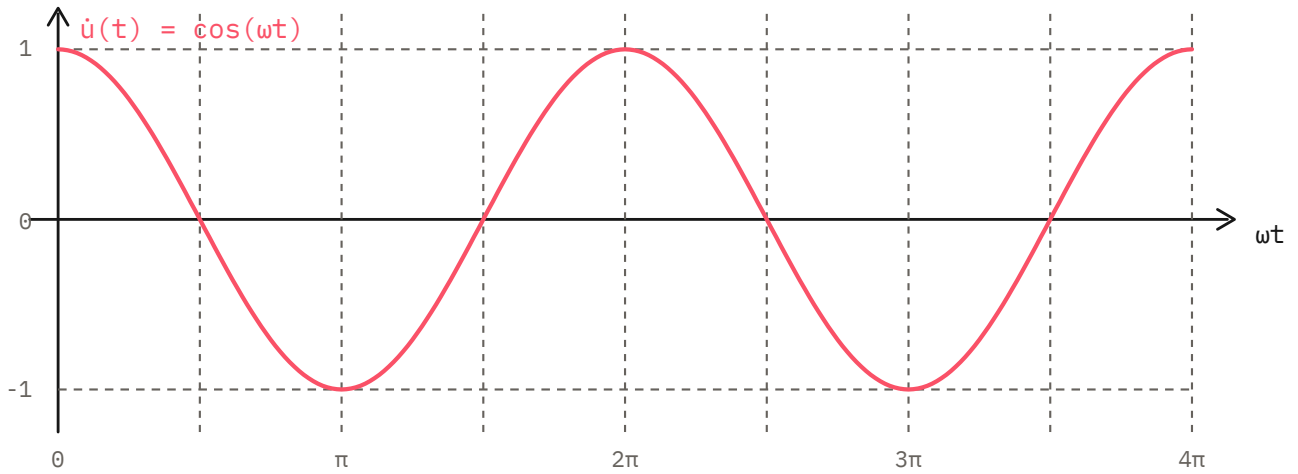
Bir yapı depremde sallanırken ivme, hız ve deplasman aynı anda maksimum değere ulaşmaz. Aralarında zamansal bir kayma, yani **faz farkı** vardır:

- **Deplasman (yer değiştirme)** grafiğini sıfırdan başlayan bir sinüs dalgası olarak düşünürsek; hız bu dalga'nın 90 derece, ivme ise 180 derece önünden gider.

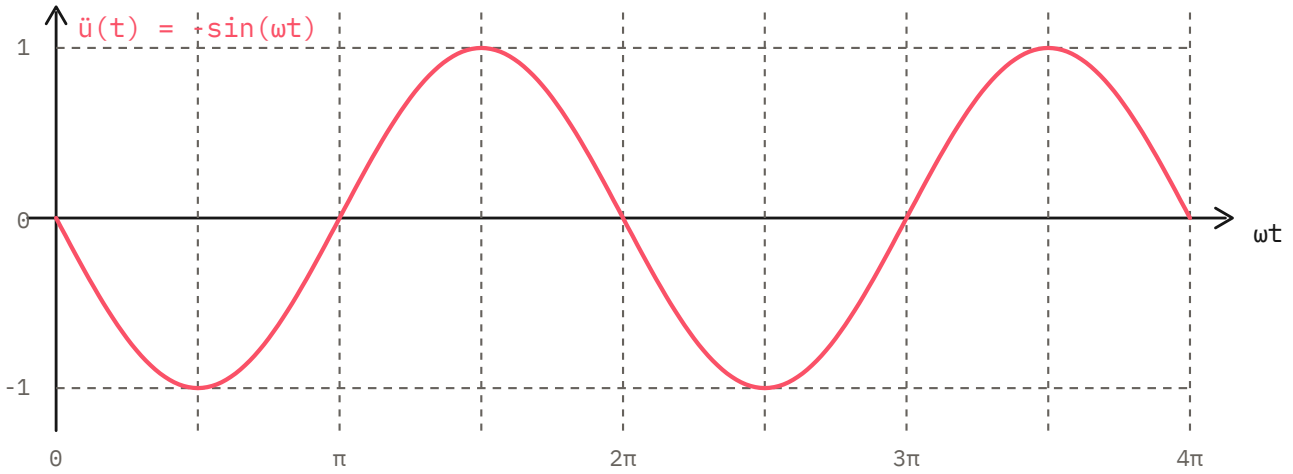
- Bunun fiziksel anlamı şudur: Binanın en çok esnediği (deplasmanın maksimum olduğu) uç noktalarda, bina anlık olarak durduğu için **hız sıfırdır**.
- İvme ile deplasman birbirine **tam zıttır**. Biri pozitif yönde maksimuma ulaşırken, diğeri negatif yönde maksimumdadır.



Görsel 2 - Deplasman (yer değiştirme) zaman grafiği



Görsel 3 - Hız zaman grafiği



Görsel 4 - İvme zaman grafiği

Bu ilişki matematiksel olarak şu şekilde özetlenebilir:

Tablo 1 - Deplasman, Hız ve İvmenin Faz Farkı

Büyüklik	Dalga Formu	Faz
Deplasman $u(t)$	$\sin(\omega t)$	0°
Hız $\dot{u}(t)$	$\cos(\omega t)$	90° önde
İvme $\ddot{u}(t)$	$-\sin(\omega t)$	180° önde

Kuvvetlerin Dengesi ve Rezonansın Sırrı

İvme ve deplasmanın birbirine tam zıt yönlerde hareket ettiğini belirttik. Bu durum, atalet kuvveti ($m \cdot \ddot{u}$) ile yay kuvvetinin ($k \cdot u$) de birbirine zıt çalıştığı anlamına gelir.

Dışarıdan etkiyen depremin frekansını yavaş yavaş artırdığımızı hayal edelim:

- **Düşük Frekanslarda:** Ana direnç **yay kuvvetinden (rijitlikten)** gelir.
- **Yüksek Frekanslarda:** Ana direnç **atalet kuvvetinden (kütleden)** gelir.
- **Rezonans Frekansında (Doğal Periyot):** Öyle bir an gelir ki, birbirine zıt çalışan yay kuvveti ile atalet kuvveti birbirine eşitlenir ve birbirini **sıfırlar**.

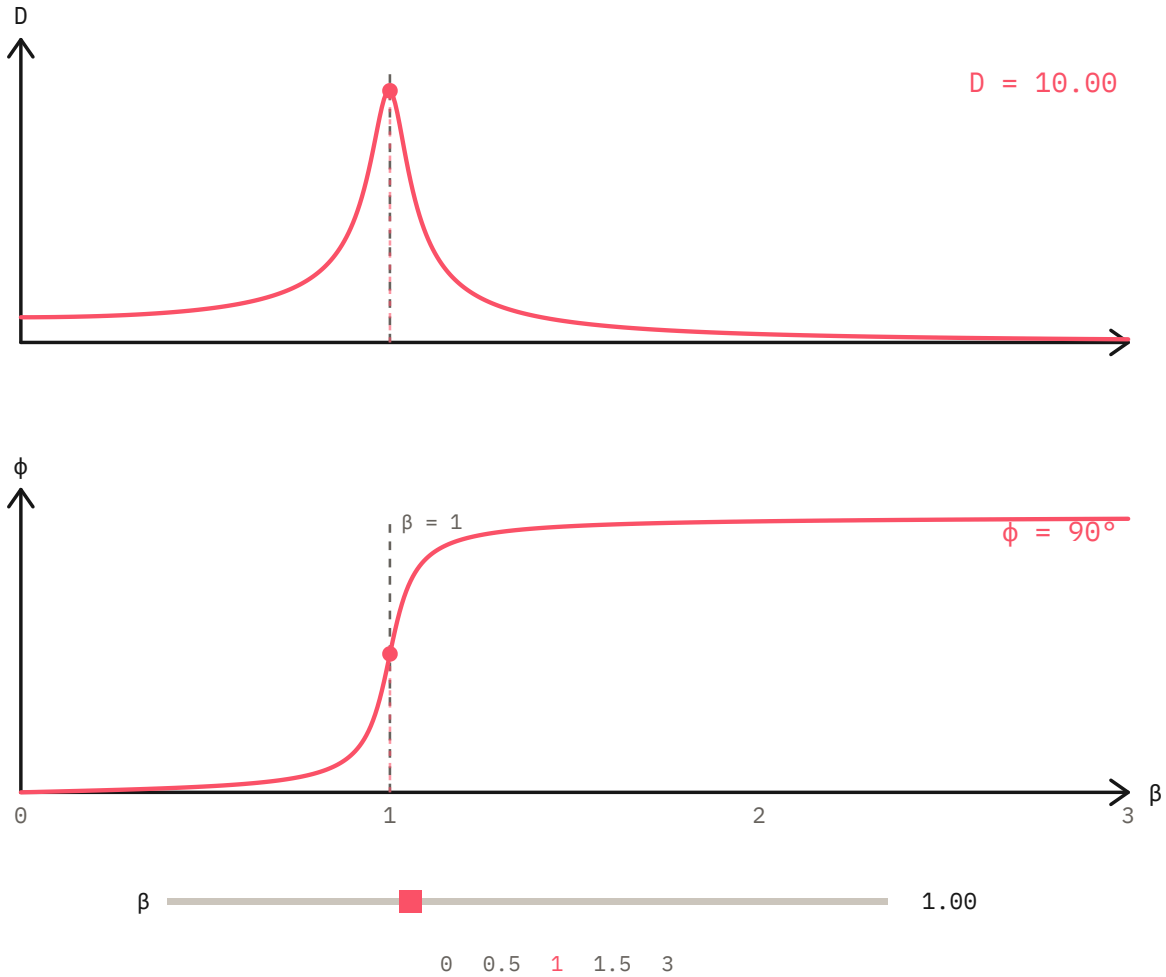
İşte rezonans tam olarak budur! Bu iki ana kuvvet birbirini elediğinde, sistemi dışarıdan gelen devasa deprem enerjisine karşı koruyacak sadece **sönümlleme kuvveti ($c\dot{u}$)** kalır. Eğer yapının sönümlleme kapasitesi yeterli değilse, titreşimler kontrolden çıkar ve bina ağır hasar alır veya yıkılır.

Rezonans anında yapıyı koruyan tek güç sönümlmedir. Betonarme yapılarda bu değer tipik olarak %5 civarındadır. Zemin kattaki dolgu duvarların kaybı sönümllemeyi azaltır. Bu yüzden yumuşak kat sorunu rezonans koşullarında özellikle yıkıcıdır.

Matematiksel olarak, bir yapının **dinamik büyütme katsayısı (D)** şu formülle ifade edilir:

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}}$$

Burada $\beta = \omega/\omega_n$ (uygulanan frekans / doğal frekans) ve ζ sönümlleme oranıdır. $\beta = 1$ olduğunda (yani rezonans koşulunda) ve sönümlleme ihmal edildiğinde D teorik olarak **sonsuz**a gider.



Görsel 5 - Dinamik büyütme ve faz farkı. Kayan çubukla $\beta = \omega/\omega_n$ 'yi değiştirin: rezonansa ($\beta = 1$) yaklaştıkça büyütme katsayısının nasıl tırmandığını ve faz farkının 0° 'den 180° 'ye nasıl döndüğünü izleyin.

Sonuç

Rezonans, soyut bir fizik kavramı değil; depremlerde can ve mal kayıplarının arkasındaki somut mühendislik gerçekliğidir.

Bu yazıda öğrendiklerimizi özetlersek:

- Her yapının bir **doğal periyodu** vardır ve bu değer kütle ile rijitliğe bağlıdır.
- Yapının periyodu ile depremin baskın frekansı çakışınca **rezonans** oluşur; atalet ve rijitlik kuvvetleri birbirini sıfırlar, yalnızca sönümleme kuvveti kalır.

Türkiye, dünyanın en aktif deprem kuşaklarından birinin üzerinde yer almaktadır. Rezonans olgusunu anlamak, doğru yapı tasarımının ve güçlendirme kararlarının bilimsel temelini oluşturur.

Kaynaklar

- Woodgroup. Resonance Revealed: Understanding What Really Happens at Resonance.
- Simscale. Structural Resonance: How to Mitigate it?
- Chopra, A. K. (2010). Deprem Mühendisliği ve Yapı Dinamiği.
- Celep, Z. (2001). Yapı Dinamiği. Beta Dağıtım.

Bizi Takip Edin



LinkedIn

Yapı Tasarım Akademisi



YouTube

Yapı Tasarım Akademisi



Apple Podcasts

Yapısal Podcast



Instagram

@yapitasarimakademisi



Spotify

Yapısal Podcast



X (Twitter)

@AkademisiYap